



تحلیل رفتار آیرولاستیک پره‌ی توربین بادی

شیوا گروسی*

فرشاد ترابی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سیستم‌های انرژی، دانشگاه

استادیار گروه مهندسی سیستم‌های انرژی، دانشگاه صنعتی خواجه

صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نصیرالدین طوسی

Shgaroosi@mail.kntu.ac.ir

ftorabi@kntu.ac.ir

چکیده

محدود، گران و تجدیدنپذیر بودن منابع انرژی فسیلی از یکسو و دردسترس، تجدیدپذیر و تمیز بودن انرژی‌های نو از سوی دیگر، انسان‌ها را بر آن داشت تا نسبت به استحصال این گونه انرژی‌ها از قبیل انرژی باد توسط توربین‌های بادی اقداماتی بعمل آورند. توربین‌های مدرن امروزی دارای رقبای زیادی هستند بنابراین توان خروجی آن‌ها بر حسب سرعت باد باید به گونه‌ای بهینه شود که قابل رقابت با سایر نیروگاه‌ها باشند. محاسبات دقیق نیازمند شبیه‌سازی کامپیوتری است. روش مومنتوم المان پره از روش‌های متداول برای شبیه‌سازی پره‌ی توربین بادی است که محاسبه‌ی نیروهای آیرودینامیک در حالت پایا را امکان‌پذیر می‌سازد. از آنجا که انرژی تولید شده به حجم بادی که از روتور در هر ثانیه عبور می‌کند بستگی دارد، روتور بزرگتر قدرت توربین را افزایش خواهد داد. با افزایش در سایز توربین‌ها با پدیده‌ای مشکل‌ساز بنام آیرولاستیسیتیه مواجهیم که منجر به تغییر شکل در پره می‌شود که در نتیجه نیروهای آیرودینامیک منتهی از روش مومنتوم المان پره تغییر کرده و توان و انرژی سالانه‌ی نیروگاه بادی تغییر خواهد کرد. در واقع شفت طراحی شده‌ی توربین، جعبه‌دنده و سایر طراحی‌ها تغییر می‌کنند. بنابراین توجه به آیرولاستیسیتیه در حین طراحی بسیار حائز اهمیت است، چرا که نادیده گرفتن این پدیده علاوه بر آنکه نتایج غلطی از توان حاصله‌ی این نیروگاه‌ها بدست می‌دهد، طراحی نادرست، منجر به شکست و انهدام این توربین می‌شود. بنابراین در این پژوهش الگوریتمی برای حل مسئله‌ی آیرولاستیک ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: انرژی باد، توربین بادی، پره، آیرولاستیسیتیه

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، با افزایش فعالیت‌های صنعتی، نیاز به انرژی به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته است، در حالی که منابع نفت، ذغال سنگ و دیگر سوخت‌های فسیلی محدود هستند. به عبارت دیگر، نگرانی‌های زیست محیطی تلاش برای استفاده از انرژی پاک که تجدیدپذیر و نسبتاً ارزان است را تشدید کرده است. در بین منابع انرژی پاک، باد توجهات زیادی را به خود جلب کرده است، به طوری که در ایالات متحده، ظرفیت سالانه‌ی تولید برق از باد، در پایان سال ۲۰۱۲، بیش از ۶GW بوده است و تخمین زده شده است که این مقدار تا سال ۲۰۲۰، به ۱۶GW خواهد رسید [۱]. توربین‌های بادی دستگاه‌های مهمی هستند که انرژی پاک را از جریان باد استخراج می‌کنند. از این رو، مطالعات تحقیقاتی متعددی به منظور استفاده‌ی بهینه‌تر از توربین‌های بادی انجام شده است.

با توجه به تقاضا برای انرژی تجدیدپذیر در قرن بیست و یکم، استفاده از توربین‌های بزرگ مرسوم‌تر است. افزایش در سایز توربین‌ها، رویارویی با پدیده‌ی مشکل‌ساز آیرولاستیسیتیه را در پی دارد. تعامل بین تغییر شکل یک سازه‌ی الاستیک در یک جریان هوا و نیروی آیرودینامیک را آیرولاستیسیتیه گویند. مدول الاستیسیتیه‌ی پره‌های توربین مستقل از سرعت باد است در حالی که نیروهای آیرودینامیکی شدیداً به آن وابسته هستند، بنابراین تصور غلبه‌ی نیروهای آیرودینامیک بر نیروهای برگشتی الاستیک، کار دشواری نیست. تاثیرات آیرولاستیک در پره‌های توربین بادی بزرگ، کاملاً شایان توجه است و منجر به خیز قابل توجه در پره می‌شود که در نهایت کاهش عملکرد توربین را در پی دارد. بسیاری از روش‌های در باب تحلیل آیرولاستیک پره‌های توربین بادی در متون گذشته یافت می‌شود.

چاواریوپولوس^۱ تحلیلی خطی به منظور مطالعه‌ی پایداری آیرولاستیک پره‌ی توربین بادی انجام داده است. تاثیر پارامترهای مختلف، مانند چگالی و میرایی سازه‌ای روی پایداری را نیز مطالعه نموده است [۲]. هوو^۲ و ژائوو^۳ تحلیل آیرولاستیک یک ایرفویل غیرخطی را با استفاده از یک مدل شبکه‌بندی شده‌ی گردابه‌ای مطالعه نموده‌اند. هدف از آن مطالعه، تعیین رفتار پیچیده‌ی آیرولاستیک غیرخطی بوده است [۳]. بکسوانوو^۴ و همکارانش یک مدل عددی آیرولاستیک جدید که ترکیبی از یک حل‌گر دینامیک سیالات محاسباتی^۵ ناپراستوکس با یک مدل الاستیک و دو طرح بهم کوپل شده برای مطالعه‌ی رفتار آیرولاستیک پره‌های توربین بادی تحت شرایط پدیده‌ی فلاتر را معرفی نموده‌اند [۴]. آلستورم^۶ نشان داد که خیزهای بزرگ پره تاثیر قابل ملاحظه‌ای روی بارهای سازه‌ای و توان تولیدی دارند و بنابراین باید در طراحی توربین‌ها مورد توجه قرار بگیرند [۵]. استرینر^۷ و همکارانش برای محاسبات پایداری آیرولاستیک توربین‌های بادی شبیه‌سازی سه بعدی دینامیک سیالات محاسباتی انجام دادند [۶]. دیلمن^۸ یک روش طراحی برای پره‌های روتور، شامل

1. Chaviaropoulos
2. Hu
3. Zhao
4. Baxevanou
5. CFD
6. Ahlstorm
7. Streiner
8. Deilmann



شبیه‌سازی و بهینه‌سازی (بر اساس روش المان پره و روش المان محدود) و همچنین یک حلقه‌ی اصلاحی برای تعامل جامد - سیال پیشنهاد کرده‌است [۷]. هووانگ^۱ و ژانگ^۲ مدل‌های آیرودینامیک و کدهای توربین‌های بادی را به منظور توسعه‌ی چنین کدهایی برای برنامه‌های آینده مورد بررسی قرار دادند [۸]. در این پژوهش، مینای محاسبات آیرودینامیک، تئوری مومنتوم المان پره در حالت ناپایا و مینای محاسبات استاتیک، تئوری تیرها، قانون دوم نیوتون و اصل کار مجازی است. در صورت غیاب خاصیت الاستیسیته در پره‌ها، تئوری مومنتوم المان پره در حالت ناپایا برای تحلیل کامل نیروگاه‌های بادی کفایت می‌کند، اما از آنجا که سازه‌ی پره‌ی توربین بادی عضوی الاستیک است، چشم‌پوشی از پدیده‌ی آیروالاستیسیته منجر به تحلیل نادرست می‌شود چرا که الاستیک بودن پره‌ها منجر به ارتعاش پره‌ها در سه جهت، عمود بر صفحه‌ی روتور^۳، در صفحه‌ی روتور^۴ و پیچش می‌شود که از آنجا که پره‌ی توربین بادی در در مقابل پیچش بسیار مقاوم است، از ارتعاشات در این جهت صرف نظر می‌شود. ارتعاشات پره‌ها منجر به خیز در پره می‌شود که ورودی‌های مربوط به تحلیل آیرودینامیک را تحت تاثیر قرار می‌دهد، لذا با هم پوشانی این دو تحلیل، الگوریتم حلی برای مسئله‌ی آیروالاستیک ارائه شده است.

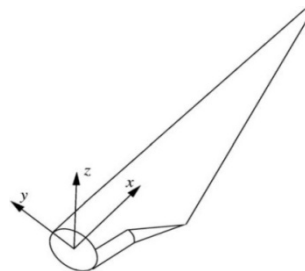
۲- روابط حاکم

۲-۱- محاسبات آیرودینامیک

روش مومنتوم المان پره یکی از روش‌های متداول برای شبیه‌سازی پره‌ی توربین بادی است که نسبت به سایر روش‌های شبیه‌سازی دارای روند ساده‌تر و حجم محاسبات کمتری است. از ترکیب دو تئوری مومنتوم و تئوری المان پره، تئوری مومنتوم المان پره حاصل شده است. با این روش شبیه‌سازی، محاسبه‌ی نیروها در حالت پایا ممکن می‌شود. اما محاسبه‌ی نیروها در حالت پایا کافی نیست زیرا عملکرد توربین به عوامل مختلفی از جمله سرعت باد، سرعت روتور، زاویه‌ی برخورد باد با محور روتور، زاویه‌ی پیچ و غیره وابسته است و مقادیر این عوامل در زمان‌های مختلف متفاوت هستند، بنابراین به منظور تعیین عملکرد توربین در زمان‌های مختلف و تاثیر تغییر مقادیر این عوامل بر روی عملکرد آن، عملکرد توربین در حالت ناپا مورد بررسی واقع می‌شود. محاسبات مربوط به روش مومنتوم المان پره در دو حالت پایا و ناپایا در مراجع [۹] و [۱۰] آورده شده است.

۲-۲- تئوری تیر

پره‌ی توربین بادی می‌تواند به عنوان یک تیر مدل شود و هنگامی که سختی خمشی و پیچشی در بخش‌های مختلف محاسبه می‌شود، تئوری تیر ساده می‌تواند برای محاسبه‌ی تنش‌ها و خیزهای پره به کار گرفته شود. در شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب، نمونه‌ای از پره‌ی توربین بادی و مدل‌سازی آن به صورت یک تیر یک سر گیردار آورده شده است که جهت y منطبق بر خط وتر نوک پره و z عمود بر آن است.



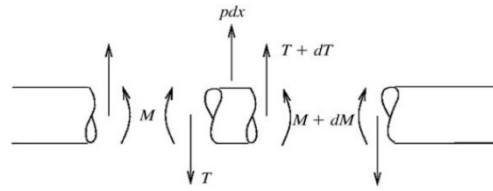
شکل ۱- پره‌ی توربین بادی



شکل ۲- تیر یک سر گیردار

با مشخص شدن بارهای خارجی در طول پره که از محاسبات آیرودینامیک بدست می‌آیند، نیروهای برشی و همین‌طور گشتاورهای خمشی طبق معادلات (۱) تا (۴) محاسبه می‌شوند. این معادلات ناشی از استفاده از قانون دوم نیوتون روی جزء دیفرانسیلی نمایش داده شده در شکل (۳) هستند.

1. Huang
2. Zhang
3. flapwise
4. edgewise



شکل ۳- جزء دیفرانسیلی تیر

$$\frac{dT_z}{dx} = -P_z(x) + m(x)\ddot{u}_z(x) \quad (1)$$

$$\frac{dT_y}{dx} = -P_y(x) + m(x)\ddot{u}_y(x) \quad (2)$$

$$\frac{dM_y}{dx} = T_z \quad (3)$$

$$\frac{dM_z}{dx} = -T_y \quad (4)$$

با محاسبه‌ی گشتاورهای خمشی حول محورهای اصلی انحناها طبق معادلات (۵) و (۶) بدست می‌آیند و پس از آن شیبها و خیزها در طول پره طی معادلات (۷) تا (۱۰) محاسبه می‌شوند.

$$\kappa_1 = \frac{M_1}{EI_1} \quad (5)$$

$$\kappa_2 = \frac{M_2}{EI_2} \quad (6)$$

$$\frac{d\theta_z}{dx} = \kappa_z \quad (7)$$

$$\frac{d\theta_y}{dx} = \kappa_y \quad (8)$$

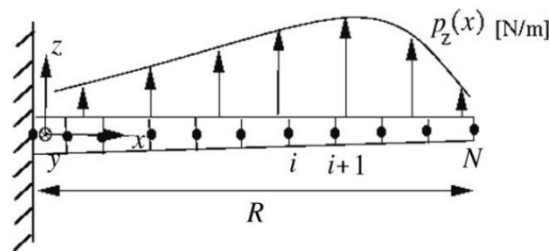
$$\frac{du_z}{dx} = -\theta_y \quad (9)$$

$$\frac{du_y}{dx} = \theta_z \quad (10)$$

۳- روند حل

۳-۱- تعیین گشتاورهای خمشی و خیزها

با گسسته‌سازی پره مشابه آنچه در شکل (۴) نشان داده شده است و با فرض اینکه بارها بین هر دو گره به صورت خطی تغییر می‌کنند و با استفاده از معادلات (۱) تا (۱۰)، گشتاورهای خمشی و خیزها طبق معادلات (۱۱) تا (۱۸) محاسبه می‌شوند.



شکل ۴- شبکه بندی تیر به N گره

در انتهای تیر، نیروی برشی و گشتاور خمشی در هر دو جهت Y و Z صفر است، بنابراین نیروی برشی و گشتاور خمشی در سایر گره‌ها طبق معادلات (۱۱) تا (۱۴) حاصل می‌شود.

$$T_y^{i-1} = T_y^i + \frac{1}{2}(P_y^{i-1} + P_y^i)(x^i - x^{i-1}) \quad (11)$$

$$T_z^{i-1} = T_z^i + \frac{1}{2}(P_z^{i-1} + P_z^i)(x^i - x^{i-1}) \quad (12)$$

$$M_y^{i-1} = M_y^i - T_z^i(x^i - x^{i-1}) - \left(\frac{1}{6}P_z^{i-1} + \frac{1}{3}P_z^i\right)(x^i - x^{i-1})^2 \quad (13)$$

$$M_z^{i-1} = M_z^i + T_y^i(x^i - x^{i-1}) + \left(\frac{1}{6}P_y^{i-1} + \frac{1}{3}P_y^i\right)(x^i - x^{i-1})^2 \quad (14)$$

پس از محاسبه‌ی گشتاورهای خمشی حول محورهای اصلی و محاسبه‌ی انحناها و با توجه به اینکه شیب و خیز در ابتدای تیر صفر است، شیبها و خیزها در سایر گره‌ها طبق معادلات (۱۵) تا (۱۸) محاسبه می‌گردند.



$$\theta_y^{i+1} = \theta_y^i + \frac{1}{2}(\kappa_y^{i+1} + \kappa_y^i)(x^{i+1} - x^i) \quad (15)$$

$$\theta_z^{i+1} = \theta_z^i + \frac{1}{2}(\kappa_z^{i+1} + \kappa_z^i)(x^{i+1} - x^i) \quad (16)$$

$$u_y^{i+1} = u_y^i + \theta_y^i(x^{i+1} - x^i) + \left(\frac{1}{6}\kappa_z^{i+1} + \frac{1}{3}\kappa_z^i\right)(x^{i+1} - x^i)^2 \quad (17)$$

$$u_z^{i+1} = u_z^i + \theta_z^i(x^{i+1} - x^i) + \left(\frac{1}{6}\kappa_y^{i+1} + \frac{1}{3}\kappa_y^i\right)(x^{i+1} - x^i)^2 \quad (18)$$

۳-۲- تعیین اولین مودهای ویژه ارتعاشی

یک شکل خیز، ترکیبی خطی از تعدادی توابع اساسی حقیقی است. توابع اساسی حقیقی فیزیکی، اغلب شکل خیز مربوط به مودهای ویژه با پایین‌ترین فرکانس‌های ویژه هستند. با فرض اینکه فقط سه مود اول ارتعاشی در پره برانگیخته می‌شوند، تغییر شکل برای پره می‌تواند به عنوان یک ترکیب خطی از سه مود ویژه اول ارتعاشی باشد. مود ویژه، ارتعاش آزادی است بدون حضور بارهای خارجی، بنابراین معادلات (۱) و (۲) را می‌توان به صورت معادلات (۱۹) و (۲۰) در نظر گرفت.

$$\frac{dT_z}{dx} = m(x)\ddot{u}_z(x) \quad (19)$$

$$\frac{dT_y}{dx} = m(x)\ddot{u}_y(x) \quad (20)$$

برای یک مود ویژه ارتعاشی، خیز و شتاب را می‌توان به صورت معادلات (۲۱) و (۲۲) نوشت.

$$u = A\sin(\omega t) \quad (21)$$

$$\ddot{u} = -\omega^2 u \quad (22)$$

در نتیجه معادلات (۱۹) و (۲۰) را می‌توان به صورت معادلات (۲۳) و (۲۴) نوشت.

$$\frac{dT_z}{dx} = -m(x)\omega^2 u_z(x) \quad (23)$$

$$\frac{dT_y}{dx} = -m(x)\omega^2 u_y(x) \quad (24)$$

بنابراین مودهای ویژه با استفاده از معادلات استاتیکی تیر و با اعمال بارهای خارجی به صورت معادلات (۲۵) و (۲۶) حاصل می‌شوند.

$$P_z = m(x)\omega^2 u_z(x) \quad (25)$$

$$P_y = m(x)\omega^2 u_y(x) \quad (26)$$

با توجه به این که خیزها در معادلات (۲۳) و (۲۴) مجهول هستند، باید به صورت سعی و خطا حل شوند که در نهایت به مودی با پایین‌ترین فرکانس ویژه^۱ همگرا خواهد شد.

الگوریتم حل به این صورت است که در ابتدا برای هر دو جهت Y و Z بارگذاری ثابتی در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از این بارگذاری، طبق آنچه در بخش (۱-۳) ارائه شد، خیز اولیه‌ای بدست می‌آید که با استفاده از این خیز، حدس اولیه برای فرکانس ویژه در نوک پره طبق معادله‌ی (۲۵) حاصل می‌شود.

$$\omega^2 = \frac{P_z^N}{u_z^N m^N} \quad (25)$$

سپس بارگذاری جدیدی در طول پره، با استفاده از معادلات (۲۶) و (۲۷) در هر دو جهت Z و Y حاصل می‌شود.

$$P_z^i = \omega^2 m^i \frac{u_z^i}{\sqrt{(u_z^N)^2 + (u_y^N)^2}} \quad (26)$$

$$P_y^i = \omega^2 m^i \frac{u_y^i}{\sqrt{(u_z^N)^2 + (u_y^N)^2}} \quad (27)$$

با استفاده از بارگذاری‌های جدید، خیزهای جدید طبق آنچه در بخش (۱-۳) ارائه شد، محاسبه می‌شوند و فرکانس ویژه جدید یافت می‌شود. این پروسه تا جایی تکرار می‌شود که فرکانس ویژه به مقدار ثابتی برسد، که این مقدار، اولین مود ویژه ارتعاشی^۲ و خیزهای بدست آمده، اولین شکل مودهای ویژه‌ی

1. first flapwise mode
2. first flapwise eigenfrequency, ω^{1f}



ارتعاشی در جهات y و z می‌باشند. برای پیدا کردن مدهای ویژه دوم^۳ و سوم^۴ همین پروسه تکرار می‌شود، با این تفاوت که اصلاحاتی در هر گام برای جلوگیری از همگرا شدن به مود ویژه پیشین صورت می‌گیرد. برای یافتن دومین شکل مدهای ارتعاشی در جهات y و z ، برای جلوگیری از همگرا شدن به اولین شکل مدهای ویژه، در هر گام پس از محاسبه‌ی خیزهای جدید، قسمتی را که حاوی اولین مود ویژه است، طبق معادلات (۲۸) و (۲۹) حذف می‌نماییم.

$$u_z^{1e} = u_z - \text{const}_1 * u_z^{1f} \quad (28)$$

$$u_y^{1e} = u_y - \text{const}_1 * u_y^{1f} \quad (29)$$

با توجه به قضیه‌ی تعامد مدها در معادله‌ی (۳۰)، مقدار ثابت معادلات (۲۸) و (۲۹) طبق معادله‌ی (۳۱) حاصل می‌شود.

$$\int_0^R u_z^{1f} \mu u_z^{1e} dx + \int_0^R u_y^{1f} \mu u_y^{1e} dx = 0 \quad (30)$$

$$\text{const}_1 = \frac{\int_0^R u_z^{1f} \mu u_z dx + \int_0^R u_y^{1f} \mu u_y dx}{\int_0^R u_z^{1f} \mu u_z^{1f} dx + \int_0^R u_y^{1f} \mu u_y^{1f} dx} \quad (31)$$

برای یافتن سومین شکل مدهای ویژه ارتعاشی نیز روابط (۳۲) تا (۳۵) را داریم.

$$u_z^{2f} = u_z - \text{const}_2 * u_z^{1e} \quad (32)$$

$$u_y^{2f} = u_y - \text{const}_2 * u_y^{1e} \quad (33)$$

$$\int_0^R u_z^{2f} \mu u_z^{1e} dx + \int_0^R u_y^{2f} \mu u_y^{1e} dx = 0 \quad (34)$$

$$\text{const}_2 = \frac{\int_0^R u_z^{2f} \mu u_z dx + \int_0^R u_y^{2f} \mu u_y dx}{\int_0^R u_z^{2f} \mu u_z^{2f} dx + \int_0^R u_y^{2f} \mu u_y^{2f} dx} \quad (35)$$

۳-۳- روش کار مجازی

در آیروالاستیسیته، بارها به تغییر شکل، و تغییر شکل به بارها بستگی دارد. بنابراین با یک مسئله‌ی کوپلینگ مواجه هستیم. برای حل مساله به یک مدل ساختاری حاوی ترم‌های اینرسی نیازمندیم. یکی از روش‌های ساختن مدل ساختاری بر اساس اصل کار مجازی است. معادله‌ی حاکم بر حل این مساله، طبق معادله‌ی (۳۶)، قانون دوم نیوتون است که تعداد المان‌ها در ماتریس X ، بیانگر تعداد درجات آزادی است و هر چه این عدد کوچکتر باشد، زمان محاسبات کمتری در هر استپ زمانی برای حل سیستم ماتریسی مورد نیاز است. از قوانین کار مجازی می‌توان برای ساختن ماتریس‌های جرم، سختی و نیرو برای سیستم‌های مکانیکی گسسته استفاده نمود. قانون کار مجازی که در معادله‌ی (۳۷) آورده شده است، به این صورت است که کار انجام شده توسط نیروی عمومی، برابر کار انجام شده روی سازه توسط توزیع بارهای خارجی روی شکل خیز مربوطه است.

$$[M][\ddot{x}] + [K][x] = [F_g] \quad (36)$$

$$F_{g,i} dx_i = \int_s p. u_i dS \quad (37)$$

استفاده از توابع شکل مودال، ابزاری برای کاهش تعداد درجات آزادی است. یک شکل خیز، ترکیبی خطی از تعدادی توابع اساسی حقیقی است. توابع اساسی حقیقی فیزیکی، اغلب شکل خیز مربوط به مدهای ویژه با پایین‌ترین فرکانس‌های ویژه هستند. با فرض اینکه یک تغییر شکل برای پره می‌تواند به عنوان یک ترکیب خطی از سه مود ویژه‌ی اول ارتعاشی باشد، روابط (۳۸) و (۳۹) برقرار می‌شوند.

$$u_z(x) = x_1 * u_z^{1f}(x) + x_2 * u_z^{1e}(x) + x_3 * u_z^{2f}(x) \quad (38)$$

$$u_y(x) = x_1 * u_y^{1f}(x) + x_2 * u_y^{1e}(x) + x_3 * u_y^{2f}(x) \quad (39)$$

از آن جا که مدها ثابت هستند، شتاب‌ها و سرعت‌ها در طول پره مطابق معادلات (۴۰) تا (۴۳) هستند.

$$\dot{u}_z(x) = \dot{x}_1 * u_z^{1f}(x) + \dot{x}_2 * u_z^{1e}(x) + \dot{x}_3 * u_z^{2f}(x) \quad (40)$$

$$\dot{u}_y(x) = \dot{x}_1 * u_y^{1f}(x) + \dot{x}_2 * u_y^{1e}(x) + \dot{x}_3 * u_y^{2f}(x) \quad (41)$$

$$\ddot{u}_z(x) = \ddot{x}_1 * u_z^{1f}(x) + \ddot{x}_2 * u_z^{1e}(x) + \ddot{x}_3 * u_z^{2f}(x) \quad (42)$$

1. First flapwise mode shape in y direction, u_y^{1f}
2. First flapwise mode shape in z direction, u_z^{1f}
3. First edgewise eigen mode, $1e$
4. Second flapwise eigen mode, $2f$



$$\ddot{u}_y(x) = \ddot{x}_1 * u_y^{1f}(x) + \ddot{x}_2 * u_y^{1e}(x) + \ddot{x}_3 * u_y^{2f}(x) \quad (43)$$

طبق معادله‌ی (۳۷)، نیروی عمومی برای هر مود، کار انجام شده روی این مود، توسط بارهای خارجی، بدون مشارکت مودهای دیگر است. لذا عناصر موجود در ماتریس نیروی عمومی طبق معادلات (۴۴) تا (۴۶) تعیین می‌شوند.

$$F_{g,1} = \int p_z(x)u_z^{1f}(x)dx + \int p_y(x)u_y^{1f}(x)dx \quad (44)$$

$$F_{g,2} = \int p_z(x)u_z^{1e}(x)dx + \int p_y(x)u_y^{1e}(x)dx \quad (45)$$

$$F_{g,3} = \int p_z(x)u_z^{2f}(x)dx + \int p_y(x)u_y^{2f}(x)dx \quad (46)$$

اولین ستون ماتریس جرم، با فرض واحد بودن شتاب اولین درجه‌ی آزادی و صفر بودن سایرین (معادله‌ی (۴۷))، و همچنین با تعویض نیروهای خارجی با نیروهای اینرسی (معادله‌ی (۴۸))، طبق معادله‌ی (۴۹) حاصل می‌شود و سایر ستون‌ها نیز بطور مشابه، طبق معادلات (۵۰) و (۵۱) حاصل می‌شوند. عناصر صفر موجود در ماتریس جرم، بدلیل قید تعامد بین مودهای ویژه هستند.

$$(\ddot{x}_1, \ddot{x}_2, \ddot{x}_3) = (1, 0, 0) \quad (47)$$

$$(p_y, p_z) = (m\ddot{u}_y, m\ddot{u}_z) = (mu_y^{1f}, mu_z^{1f}) \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1f}(x)dx + \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1f}(x)dx \\ \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1e}(x)dx + \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1e}(x)dx \\ \int u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx + \int u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GM_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{22} \\ m_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{1f}(x)dx + \int u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{1f}(x)dx \\ \int u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{1e}(x)dx + \int u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{1e}(x)dx \\ \int u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx + \int u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ GM_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\begin{bmatrix} m_{13} \\ m_{23} \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{1f}(x)dx + \int u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{1f}(x)dx \\ \int u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{1e}(x)dx + \int u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{1e}(x)dx \\ \int u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx + \int u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ GM_3 \end{bmatrix} \quad (51)$$

اولین ستون ماتریس سختی با استفاده از نیروی عمومی لازم برای بدست آوردن جایجایی استاتیکی واحد اولین مختصات عمومی (معادله‌ی (۵۲)) حاصل می‌شود. بارهایی که این خیزها را بوجود می‌آورند با توجه معادلات (۲۳) و (۲۴)، بصورت معادله‌ی (۵۳) می‌باشند.

$$(x_1, x_2, x_3) = (1, 0, 0) \quad (52)$$

$$(p_y, p_z) = (m\omega_1^2 u_y^{1f}, m\omega_1^2 u_z^{1f}) \quad (53)$$

با جایگذاری این نیروها در معادلات (۴۴) تا (۴۶)، عناصر موجود در اولین ستون ماتریس سختی به صورت معادله‌ی (۵۴) و عناصر موجود در ستون‌های دوم و سوم، به طور مشابه، طبق معادلات (۵۵) و (۵۶) حاصل می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \omega_1^2 u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1f}(x)dx + \int \omega_1^2 u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1f}(x)dx \\ \int \omega_1^2 u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{1e}(x)dx + \int \omega_1^2 u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{1e}(x)dx \\ \int \omega_1^2 u_z^{1f}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx + \int \omega_1^2 u_y^{1f}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 GM_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\begin{bmatrix} k_{12} \\ k_{22} \\ k_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \omega_2^2 u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{1f}(x)dx + \int \omega_2^2 u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{1f}(x)dx \\ \int \omega_2^2 u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{1e}(x)dx + \int \omega_2^2 u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{1e}(x)dx \\ \int \omega_2^2 u_z^{1e}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx + \int \omega_2^2 u_y^{1e}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_2^2 GM_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \\ k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \omega_3^2 u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{1f}(x)dx + \int \omega_3^2 u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{1f}(x)dx \\ \int u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{1e}(x)dx + \int u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{1e}(x)dx \\ \int u_z^{2f}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx + \int u_y^{2f}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_3^2 GM_3 \end{bmatrix} \quad (56)$$



با جایگذاری معادلات (۴۴) تا (۵۶) در معادله (۳۶)، معادله حاکم بر حل مساله طبق معادله (۵۷) یافت می‌شود.

$$\begin{bmatrix} GM_1 & 0 & 0 \\ 0 & GM_2 & 0 \\ 0 & 0 & GM_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 GM_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 GM_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 GM_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{g,1} \\ F_{g,2} \\ F_{g,3} \end{bmatrix} \quad (57)$$

۴- نتایج و صحنه‌گذاری نتایج

۴-۱- الگوریتم نهایی محاسبات آیرولاستیک در پرهی توربین بادی

۱- تقسیم پره به N گره.

۲- تعیین محورهای مختصات به این صورت که محور y را منطبق بر خط وتر نوک و محور z را عمود بر آن در نظر گرفت.

۳- در نظر گرفتن بارگذاری ثابت در طول پره، در هر دو جهت y و z، $p_y(x) = \text{const}_1$ و $p_z(x) = \text{const}_2$.

۴- تعیین خیز در هر گره در هر دو جهت y و z تحت بارگذاری گفته شده در گام ۳، با استفاده از معادلات (۱۱) تا (۱۸)

۵- جایگذاری نتایج حاصل از گام ۳ و گام ۲ در معادله (۲۵) و محاسبه‌ی فرکانس ویژه

۶- محاسبه‌ی بارگذاری جدید در طول تیر با استفاده از معادلات (۲۶) و (۲۷)

۷- محاسبه‌ی مجدد خیز تیر تحت بارگذاری جدید ذکر شده در گام ۳، با استفاده از معادلات (۱۱) تا (۱۸)

۸- محاسبه‌ی مجدد فرکانس ویژه و تکرار این گام‌ها تا زمان ثابت شدن فرکانس ویژه (فرکانس ویژه‌ای که طی گام‌های ۳ تا ۸ بدست می‌آید به عنوان اولین فرکانس ویژه و خیزهای بدست آمده در هر دو جهت y و z، را به عنوان اولین شکل مودهای طبیعی اعلام می‌کنیم)

۹- تکرار گام‌های ۳ تا ۸، با این تفاوت که در هر مرحله که خیز جدید حساب می‌شود، مقداری را که باعث همگرا شدن به مود اول می‌شود را طبق معادلات (۲۸) تا (۳۱) کسر می‌کنیم.

(فرکانس ویژه‌ای که طی این گام بدست می‌آید به عنوان دومین فرکانس ویژه و خیزهای بدست آمده در هر دو جهت y و z، را به عنوان دومین شکل مودهای طبیعی اعلام می‌کنیم)

۱۰- تکرار گام‌های ۳ تا ۸، با این تفاوت که در هر مرحله که خیز جدید حساب می‌شود، مقداری را که باعث همگرا شدن به مود دوم می‌شود را طبق معادلات (۳۲) تا (۳۵) کسر می‌کنیم.

(فرکانس ویژه‌ای که طی این گام بدست می‌آید به عنوان سومین فرکانس ویژه و خیزهای بدست آمده در هر دو جهت y و z، را به عنوان سومین شکل مودهای طبیعی اعلام می‌کنیم)

۱۱- استفاده از روش مومنوم المان پره و یافتن نیروهای آیرودینامیکی در دو جهت y و z، $p_y(x)$ و $p_z(x)$.

۱۲- بدست آوردن عناصر موجود در ماتریس نیروی عمومی طبق معادلات (۴۴) تا (۴۶) با استفاده از نیروهای آیرودینامیکی محاسبه شده در گام ۱۲.

۱۳- محاسبه‌ی عناصر موجود در ماتریس جرم طبق معادلات (۴۹) تا (۵۱) با استفاده از نیروهای آیرودینامیکی محاسبه شده در گام ۱۲.

۱۴- محاسبه‌ی عناصر موجود در ماتریس سختی طبق معادلات (۵۴) تا (۵۶) با استفاده از نیروهای آیرودینامیکی محاسبه شده در گام ۱۲.

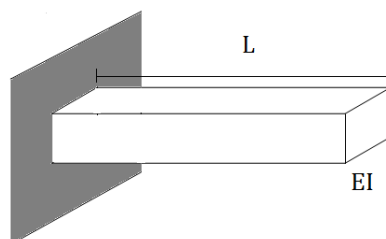
۱۵- حل ماتریس نهایی (معادله (۵۷)) و بدست آوردن ماتریس [x].

۱۶- جاگذاری ماتریس [x] در معادلات (۳۸) و (۳۹)، تغییر شکل در طول پره بصورت تابعی از x، در دو جهت y و z حاصل می‌شود.

۱۷- با در نظر گرفتن تغییرات اعمال شده در هندسه‌ی پره، گام‌های ۱۱ تا ۱۷ را تکرار می‌کنیم.

۴-۲- صحنه‌گذاری الگوریتم

برای اطمینان از عملکرد صحیح الگوریتم ارائه شده برای تعیین اولین مودهای ویژه ارتعاشی (گام‌های ۱ تا ۹)، نتایج حاصل از حل تحلیلی تیر یک سرگیردار که خواص ثابتی در طول تیر دارد، مشابه آنچه در شکل (۵) نشان داده شده است، با نتایج حاصل از الگوریتم مقایسه شده است. برای استفاده از روش تحلیلی، اولین و دومین فرکانس‌های ویژه طبق دو فرمول (۵۸) و (۵۹) یافت می‌شوند.



شکل ۵- تیر یکسر گیردار

$$\omega_1 = \frac{3.516}{L^2} \left(\frac{EI}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (58)$$

$$\omega_2 = \frac{22.03}{L^2} \left(\frac{EI}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (59)$$



با اعمال الگوریتم روی تیری با سختی ثابت $EI = (1Nm^2)$ ، توزیع جرم $m = 1 \text{ kg/m}$ ، طول $L = 1m$ و ۱۱ گره، اولین فرکانس ویژه، $\omega_1 = 3.513 \text{ rad/sec}$ می‌شود که بسیار نزدیک به حل تحلیلی، $\omega_1 = 3.516 \text{ rad/sec}$ است. با استفاده از ۱۱ گره، دومین فرکانس ویژه، $\omega_2 = 22.273 \text{ rad/sec}$ و برای ۵۱ گره، $\omega_2 = 22.044 \text{ rad/sec}$ ، که قابل قیاس با مقدار تحلیلی $\omega_2 = 22.03 \text{ rad/sec}$ است.

۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

محاسبات و طراحی دقیق نیروگاه‌های بادی، نیازمند شناسایی تمامی عوامل تاثیرگذار بر توان خروجی این نیروگاه‌ها است. از جمله‌ی این عوامل که محاسبات آیرودینامیک را تحت تاثیر قرار می‌دهد، پدیده‌ی آیروالاستیسیته در پرها است که نادیده گرفتن آن در حین طراحی منجر به طراحی نادرست و همچنین برآورد ناصحیحی از عملکرد این نیروگاه‌ها می‌شود. بنابراین در این پژوهش با کوپلینگ تحلیل ناپای آیرودینامیکی پره‌ی توربین بادی و محاسبات مربوط به الاستیسیته، الگوریتم حلی برای یافتن توان خروجی این نیروگاه‌ها و بنابراین دست یافتن به یک طراحی دقیق ارائه شد.

۶- مراجع

- [1]- Wiser, R., Bolinger, M. "Wind technologies market report," U.s.department of energy, 2011, 2010.
- [2]- Chaviaropoulos, P. K. "Flap/Lead-Lag aeroelastic stability of wind turbine blade sections," Wind energy, 2, pp. 99-112, 1999.
- [3]- Zhao, Y. H., Hu, H. Y. "Aeroelastic analysis of non-linear airfoil based on unsteady vortex lattice model," Journal of Sound and Vibration, 276, pp. 491-510, 2004.
- [4]- Baxevanou, C. A., Chaviaropoulos, P. K., Vouts, S. G., Vlachos, N. S. "Evaluation study of a Navier- Stokes CFD aeroelastic model of wind turbine airfoils in classical flutter," Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 96, pp. 1425-1443, 2008.
- [5]- Ahlstrom, A. "Influence of wind turbine flexibility on loads and power production," Journal of Wind Energy, 9(3), pp. 237-249, 2006.
- [6]- Streiner, S., Krämer, E., Eulitz, A., Armbruster, P. "Aeroelastic analysis of wind turbines applying 3D CFD computational results," Journal of physics: Conference Series, Vol. 75, No. 1, p. 012015. IOP Publishing, 2007.
- [7]- Delimann, C. "Passive aeroelastic tailoring of wind turbine blades," a numerical analysis, Master thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- [8]- Zhang, P., Huang, S. "Review of aeroelasticity for wind turbine," current status, research focus and future perspectives, Frontier in Energy, 15(4), pp. 419-434, 2011.
- [۹]- یاسین آزمنند، "تحلیل آیرودینامیکی توربین های بادی"، پایان نامه‌ی کارشناسی، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۰.
- [۱۰]- عادل حیدرآبادی پور، "تحلیل آیرودینامیکی توربین بادی در حالت ناپایا"، پایان نامه‌ی کارشناسی، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۲.
- [11]- Martin O. L. Hansen., *Aerodynamics of Wind Turbines*, London. 2008.